

Fiche Rappels Mathématiques I.

* Coordonnées cartésiennes:

$$\bullet d\vec{\ell} = dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y + dz \vec{u}_z$$

$$\bullet d^3V = dx \cdot dy \cdot dz.$$

$$\bullet \vec{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$$

$$\bullet \text{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\bullet \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

* Coordonnées cylindriques:

$$\bullet d\vec{\ell} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + dz \vec{u}_z$$

$$\bullet d^3V = dr \cdot r d\theta \cdot dz$$

$$\bullet \vec{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$$

$$\bullet \text{div}(\vec{A}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\bullet \Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

* Coordonnées cylindriques:

$$\bullet d\vec{\ell} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + r \sin \theta d\varphi \vec{u}_\varphi$$

$$\bullet d^3V = dr \cdot r d\theta \cdot r \sin \theta d\varphi$$

$$\bullet \vec{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

$$\bullet \text{div}(\vec{A}) = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin \theta A_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta A_\theta) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r A_\varphi) \right]$$

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$

* Relations Vectorielles

$$\bullet \text{ Ostrogradski: } \oint_S \vec{A} \cdot d^2\vec{S} = \iiint \text{div}(\vec{A}) d^3V$$

$$\bullet \text{ Stokes: } \oint_e \vec{B} \cdot d\vec{e} = \iint_S \text{rot}(\vec{B}) \cdot d^2\vec{S}$$

$$\bullet \text{div}(\text{grad}(f)) = \Delta f$$

$$\bullet \text{rot}(\text{rot}(\vec{A})) = \text{grad}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta \vec{A}$$

$$\bullet \text{div}(\text{rot}(\vec{A})) = 0$$

$$\bullet \text{rot}(\text{grad}(f)) = \vec{0}$$

* Notion Volume et surface:

$$\bullet \text{Disque: } \begin{cases} p = 2\pi r \\ S = \pi r^2 \end{cases}$$

$$\bullet \text{Boule: } \begin{cases} S = 4\pi r^2 \\ A = \frac{4}{3}\pi r^3 \end{cases}$$

Fiche révision électromagnétisme

- Électrostatique et magnéto-statique

• Charge : • discrète : $Q = \sum_i q_i$

• Continue : $Q = \iiint_V d^3q = \iiint_V \rho \cdot d^3V$

• Densité volumique de courant : $\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}$

• Courant : $i = dq/dt = \iint \vec{j} \cdot d^2\vec{S}$

↳ Conséquence : $\text{div} \vec{j} + \partial \rho / \partial t = 0$

• Loi de Coulomb : $\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \vec{v} \wedge \vec{B}$

↳ charge ponctuelle : $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\|\vec{r}_1\|^2} \vec{u}_r$

↳ distribution continue : $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho}{\|\vec{r}_n\|^2} d^3V$

- Équation de Maxwell

$$\text{div} \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{rot} \vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

⇒ En statique : $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \Rightarrow \text{rot} \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = - \text{grad}(V)$

- Ostrogradski: $\oint_S \vec{A} \cdot d^2\vec{S} = \iiint_V \text{div } \vec{A} \cdot d^3V$

- Stokes: $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S \text{rot } \vec{B} \cdot d^2\vec{S}$

↳ potentiel: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho}{r} d^3V$

- Equation poisson: $\Delta V = -\rho/\epsilon_0$

- Energie electrostatique: $E_p = qV$

Electrostatique:

• Principe de Curie: les ele^t de sym et d'invariance des causes (charges) se retrouvent dans les consequences: (champ)

- Plan (π^+) de Sym charge

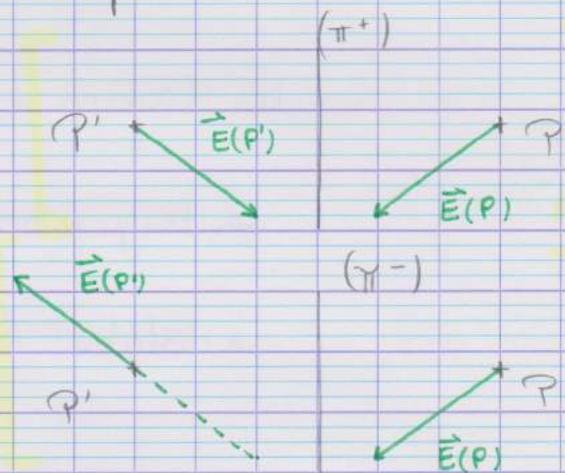
↳ $\vec{E}(P') = \text{Sym}(\vec{E}(P))$

↳ $\vec{n} \in (\pi^+) \Rightarrow \vec{E}(\vec{n}) \in (\pi^+)$

- Plan (π^-) antisym

↳ $\vec{E}(P') = -\text{Sym}(\vec{E}(P))$

↳ $\vec{n} \in (\pi^-) \Rightarrow \vec{E}(\vec{n}) \perp (\pi^-)$



- Invariance suivant $z \Rightarrow E$ indep z (pareil avec autres variables)

• Topographie:

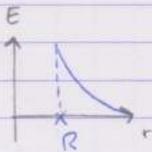
- ligne de champ: tangent au champ \vec{E} : $d\vec{l} \cdot \vec{E} = 0$

Fiche révision Electromag II

• Théorème de Gauss:

$$\Phi_s = \oint \vec{E} \cdot d^2S = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

- Fil rectiligne: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r$



- Sphère chargée en surface: $\vec{E}(r) = \frac{\sigma \cdot R^2}{\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$ si $r > R$

- Plan infini: $\vec{E}(z) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z & \text{si } z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_z & \text{si } z < 0 \end{cases}$

↳ condensateur plan: $V = \frac{\sigma x}{\epsilon_0}$ (axe) $\Rightarrow u = \frac{Qe}{S\epsilon_0}$

(2 plan σ et $-\sigma$)

$$\Rightarrow C = \frac{S \cdot \epsilon_0}{e}$$

\Rightarrow Analogie avec gravitation possible

Magnétostatique

• Force Lorentz: $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

• Force Laplace: $d\vec{f} = i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

↳ champ mag terrestre $B \sim 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 0,2 \text{ G}$

↳ électroaimant: $B \sim 0,2 - 4 \text{ T}$

• Loi de Biot et Savart:
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{\ell} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

• Propriétés de Sym

- (π^+) plan de Sym

↳ $\vec{B}(P') = -\vec{B}(P)$

↳ $\pi \in (\pi^+) \Rightarrow \vec{B}(\pi) \perp (\pi^+)$

- (π^-) plan antisym

↳ $\vec{B}(P') = \vec{B}(P)$

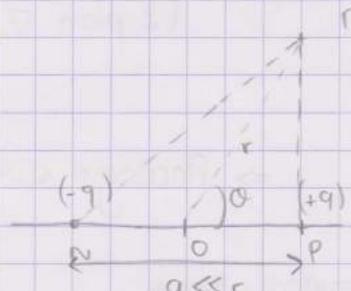
↳ $\pi \in (\pi^-) \Rightarrow \vec{B}(\pi) \in (\pi^-)$

• Le fil infini:
$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_z$$

• Solénoïde infini:
$$\begin{cases} \vec{B}_{int} = \mu_0 \cdot n \cdot I \vec{u}_z \\ \vec{B}_{ext} = \vec{0} \end{cases}$$

Les dipôles électriques

• Deux charges ponctuelles (+q) et (-q)



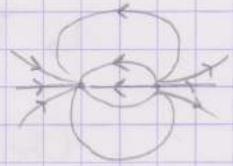
- moment dipolaire:
$$\vec{p} = q \cdot \vec{NP}$$
 (en C.m a D)

- Potentiel créé par un pôle: (principe de superposition)

$$V(\pi) = \frac{q \cdot a \cdot \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{On}}{4\pi \epsilon_0 On^3}$$

Fiche revision electromag III

- Champ cree par dipole:



$$\vec{E}(\theta) = \frac{qa}{4\pi\epsilon_0 r^3} \begin{vmatrix} 2 \cos \theta & (\vec{u}_r) \\ \sin \theta & (\vec{u}_\theta) \\ 0 & (\vec{u}_z) \end{vmatrix}$$

- Force subie sous action champ exterieur

$$\vec{F} = q \cdot d\vec{E} = 0 \text{ si champ uniforme}$$

- Moment subie sous un champ ext.

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

⇒ Le dipole s'oriente dans le sens du champ et va vers zone champ fort.

↳ solvation des molecules

- Energie potentielle

⚠ ↳ uniquement pour champ ext, pas entre molecules

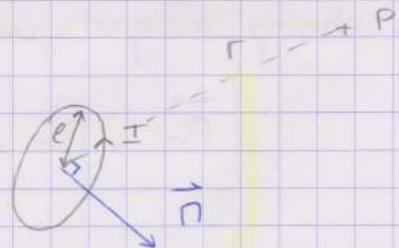
$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

eq $\left\{ \begin{array}{l} \text{stable par } \theta = 0 \\ \text{instable " } \theta = \pi \end{array} \right.$

* Dipoles magnetiques

- Moment magnetique:

$$\vec{M} = I \cdot S \cdot \vec{n}$$



- Dipôle magnétique

↳ $\vec{p} \neq \vec{0}$ et $l \ll r$

- Champ créé par dipôle

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 p}{4\pi r^3} \begin{pmatrix} 2 \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Force subie sous action champ ext

$$\vec{F} = -\text{grad}(E_p) = 0 \text{ si } \vec{B} \text{ uniforme}$$

avec $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{B}$

- Moment exercé par champ ext

$$\vec{L} = \vec{p} \wedge \vec{B}$$

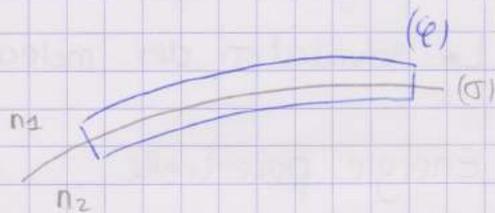
Relations de passage

• Champ électrique

↳ $\vec{E} = \vec{E}_n + \vec{E}_t$

$$\Rightarrow \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12}$$

: \vec{E}_t continu
 \vec{E}_n non continu



• champ magnétique

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$$

\vec{B}_n continu
 \vec{B}_t non continu

Fiche révision Electromagnetique IV

Conduction Electrique:

* Modèle de Drude

- Forces: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Coulomb: } \vec{f} = -e\vec{E} \\ \text{Frottements visqueux: } \vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v} \end{array} \right.$

↳ en stationnaire $\vec{v} = -\frac{e\tau}{m}\vec{E}$

• $\vec{j} = n \cdot e \cdot \vec{v} \Rightarrow \vec{j} = \sigma_0 \vec{E}$ Loi d'Ohm locale

avec $\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$: conductivité électrique statique

↳ τ diminue avec $T \Rightarrow \sigma \downarrow$ quand $T \uparrow$

• $\sigma_{Cu} = 5,9 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$

• $\sigma_{eau} = 10^{-9} \text{ S.m}^{-1}$

• $\sigma_{verre} = 10^{-17} \text{ S.m}^{-1}$

⚠ En regime variable on suppose que \vec{E} varie moins vite que τ .

↳ $f_E \ll 1/\tau = 10^{12} \text{ Hz}$.

- Resistance électrique

• $I = \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = jS$

• $u = V_A - V_B = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{j\ell}{\sigma_0}$

$u = RI$

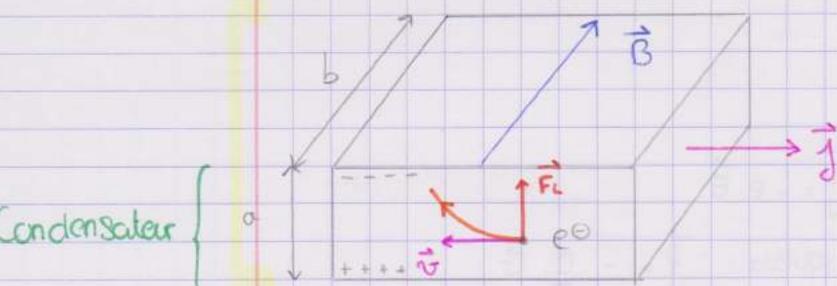
avec $R = \frac{1}{\sigma_0} \cdot \frac{\ell}{S}$

• Dans un conducteur : $\underline{k} = \frac{(1-i)}{\delta}$

avec $\delta = e \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}}$

* Effet Hall:

- Conducteur dans champ \vec{B} \Rightarrow e^- subissent force Lorentz



$$\hookrightarrow \vec{F}_L = -e (\vec{E}_H + \vec{v}_d \wedge \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_H = -\vec{v}_d \wedge \vec{B}$$

$$\hookrightarrow \vec{E}_H = \frac{\vec{j} \wedge \vec{B}}{A_H} \quad \text{avec} \quad A_H = 1/nq$$

$$\Rightarrow \mu_H = \int -\vec{E}_H \cdot d\vec{\ell} = \frac{I \cdot B}{nqb} = \mu_H$$

* Puissance cédée au conducteur:

$$P_v = \frac{dP}{dt} = \frac{-(nd\tau) \cdot e \cdot \vec{E} \cdot \vec{v}_d}{dt} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma_0 \vec{E}^2 = P_v > 0$$

\hookrightarrow puissance cédée : effet Joule : échauffement.

Les équations de Maxwell:

- Maxwell-Thompson: $\oint \vec{B} \cdot d^2\vec{S} = 0$

\hookrightarrow il n'existe pas de monopôle magnétique

$$\boxed{N | S} \rightarrow \boxed{N S} + \boxed{N S}$$

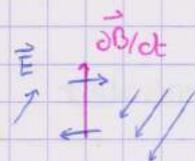
- Maxwell-Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d^2\vec{S} = Q_{int}/\epsilon_0$

\hookrightarrow monopôles elec: ligne champ portent charge.

Fiche révision Electromagnétisme IV

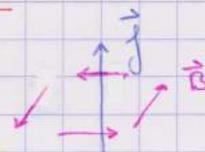
• Maxwell-Faraday : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

↳ Si \vec{B} varie en crée un champ \vec{E} autour de $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

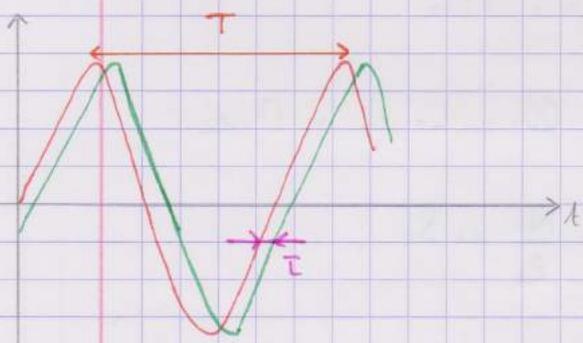


• Maxwell-Ampere : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \epsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

↳ Deux source de champ \vec{B} :
 } courants
 } variations \vec{E}



* Approximation des regimes quasi-stationnaires (ARQS)



On neglige le temps de propagation du

Signal si $\begin{cases} \tau \ll T \\ \ell_{(t)} \ll \lambda_{(t)} \end{cases}$

⇒ ARQS magnétique : $\vec{j}_0 = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$ (courant de déplacement)

↳ $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

Phenomenes d'induction

• Flux magnetique $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d^2\vec{S}$

• Force electromotrice induite : $e = - \frac{d\Phi}{dt}$

↳ il faut ajouter un generateur de tension au circuit

• Auto-induction:

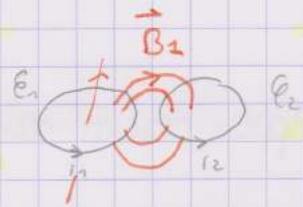
↳ Un circuit crée un champ $B \Rightarrow \Phi_p = L i \Rightarrow e = -L \frac{di}{dt}$

inductance propre



↳ Solénoïdes: $\Phi_p = N \Phi_{\text{spire}} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S i$

↳ $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$



• Induction mutuelle:

- $\Phi_{12} = \Pi i_1$ $\Phi_{21} = \Pi i_2$

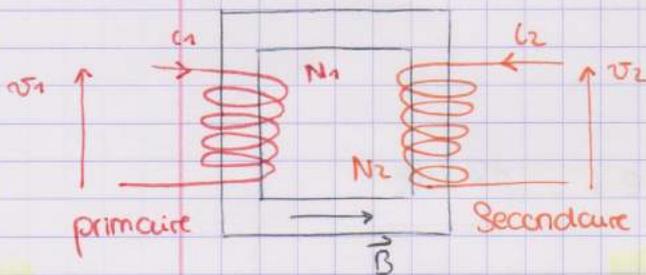
• Pour 2 solénoïdes imbriqués $\Phi_1 = L_1 i_1 + \Pi i_2$

↳ $\Phi_{12} = N_2 \Phi_{12 \text{ spire}} = N_2 \mu_0 \frac{N_1}{\ell_2} i_1 S_2$

↳ $\Pi = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_2} S_2$

↳ $e = -L_1 \frac{di_1}{dt} + \Pi \frac{di_2}{dt} = -\mathcal{M}_L$

• 2 circuits couplés: transformateur tension



$\begin{cases} e_1 = -N_1 S \frac{dB}{dt} \\ e_2 = -N_2 S \frac{dB}{dt} \end{cases}$

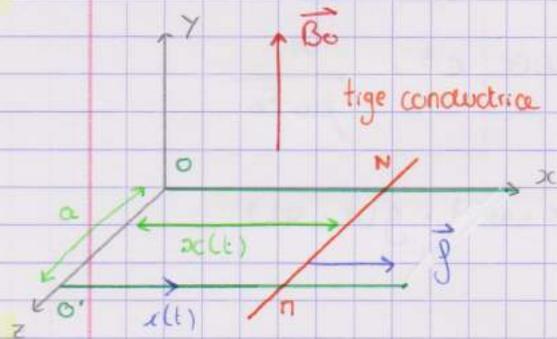
$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1}$

rapport transformateur

Fiche révision Electromag VI

* Induction de Lorentz:

• Rails de Laplace générateurs



force $\vec{f} \Rightarrow mvmt \Rightarrow$ courant induit $i(t)$

\Rightarrow force de Laplace

$$\bullet e = -a B_0 \dot{x}(t)$$

$$\bullet \vec{f}_c = i(t) \cdot a B_0 \vec{u}_x$$

$$\bullet e \cdot R i(t) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} m \dot{v} + (B_0 \cdot a) / m R \cdot v = f \\ \hookrightarrow v(t) = v_{\infty} (1 - e^{-t/\tau}) \\ \hookrightarrow x(t) = x_{\infty} (1 - e^{-t/\tau}) \end{array} \right\}$$

$$\hookrightarrow v(t) = v_{\infty} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\hookrightarrow x(t) = x_{\infty} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$\Rightarrow P(\vec{f}) = \frac{dE_c}{dt} + P_{joule}$$

\hookrightarrow transfo energie mecanique en electrique

• Rails Laplace moteurs.

\hookrightarrow rails sur source tension \Rightarrow courant \Rightarrow force Laplace

\Rightarrow mvmt dans $B_0 \Rightarrow$ fem induite

* Courants Foucault

• Courants \circ partir de changement de champ \vec{B}

\hookrightarrow pertes effet Joule

\hookrightarrow chauffage par induction

\hookrightarrow freinage des TGV.

Ondes Electromagnetiques dans le vide

- Equation d'onde dans le vide : $(\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{E}))$

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

avec $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$

- A une dimension : $s(x;t) = f(x+vt) + g(x-vt)$

- monochromatique :

$$s(x;t) = f_0 \cos(kx - \omega t + \varphi)$$

avec $k = 2\pi/\lambda = \omega/v$

- Onde plane: Sur plan $\perp \vec{k}$: tous les points en même f
↳ loin de la source on fait cette approximation

* Structure du champ electromog

- $\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - kx + \varphi)}$

↳ $\partial \vec{E} / \partial t = j\omega \vec{E}$

↳ $\vec{\nabla} = i\vec{k} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \vec{\text{grad}}(u) &= i\vec{k} u \\ \text{div}(\vec{u}) &= i\vec{k} \cdot \vec{u} \\ \text{rot}(\vec{u}) &= i\vec{k} \wedge \vec{u} \\ \Delta u &= -k^2 u \end{aligned}$$

Fiche révision Electromag VII

• Cas OPPH dans le vide

⚠ $\rho = 0$; $\vec{j} = \vec{0}$

$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$

$\vec{E} = c^2 \frac{\vec{k} \wedge \vec{B}}{\omega}$

* Vecteur de Poynting

$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$

dans vide $\vec{\Pi} = \vec{k}$

$P_{em} = \iint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$

• Densité volumique d'énergie

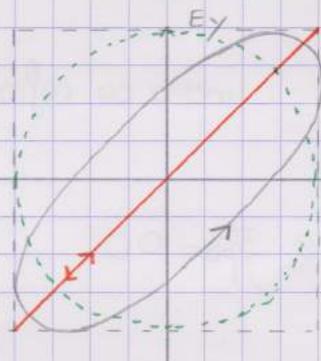
$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2$

$u_m = \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2$

$\text{div}(\vec{\Pi}) + \frac{\partial}{\partial t}(u_{em}) = 0$: Conserva^s energie

* Polarisation:

$\begin{cases} E_y = E_y^0 \cos(\omega t) \\ E_z = E_z^0 \cos(\omega t + \Delta\phi) \end{cases}$



$\Delta\phi = 0 \text{ or } \pi$: $E_y = \frac{E_y^0}{E_z^0} E_z$: rectiligne

$\Delta\phi = \pi/2$: polarisa^s circulaire si $E_y^0 = E_z^0$

$\Delta\phi$ qq polarisa^s elliptique

Ondes Electromag dans les dielectriques:

- Milieu diélectrique: aucune charge \Rightarrow isolant électrique
- Sur un atome dans un champ \vec{E}_0
 - \hookrightarrow décalage barycentre charges \Rightarrow moment dipolaire induit

$$\hookrightarrow \boxed{\vec{p} = \alpha \vec{E}_0}$$

avec α coeff polarisabilité

- Système dense

Susceptibilité

$$\boxed{\vec{P} = N \cdot \vec{p} = \epsilon_0 \chi \vec{E}_0}$$

\Rightarrow Creation charges volumiques $\rho_p = -\text{div}(\vec{P})$

$$\hookrightarrow \text{div} \vec{E} = \frac{\rho_{\text{libre}}}{\epsilon_0} + \frac{\rho_p}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{\text{libre}}}{\epsilon}$$

avec $\boxed{\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi) = \epsilon_0 \epsilon_r}$

\Rightarrow densité volum: G de courant $\vec{j}_p = \partial \vec{P} / \partial t$

$$\hookrightarrow \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_{\text{libre}} + \mu_0 \epsilon \partial \vec{E} / \partial t$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}} = \frac{c}{n}}$$

avec $n = \sqrt{\epsilon_r}$: indice de refraction

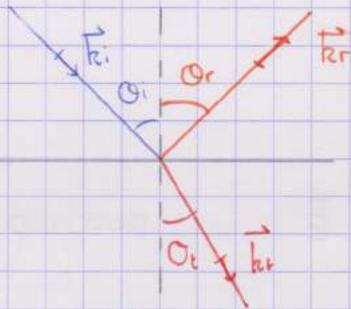
⚠ Pour un dielectrique $\vec{j}_{\text{libre}} = \vec{0}$ et $\vec{j}_{\text{libre}} = \vec{0}$

Fiche révision Electromag VIII

* Relations de passage

$$\begin{cases} \vec{B}_1 = \vec{B}_2 \\ \epsilon_1 \vec{E}_{1N} = \epsilon_2 \vec{E}_{2N} \\ \vec{E}_{1T} = \vec{E}_{2T} \end{cases}$$

* Reflexion et Refraction



$$\vec{E}_i = \vec{E}_i^0 e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{E}_r = r \vec{E}_i^0 e^{i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{E}_t = t \vec{E}_i^0 e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$1 + r = t$$

coeff transmissions en amplitude

A l'interface on trouve $\vec{E}_i + \vec{E}_r = \vec{E}_t$

$$\hookrightarrow \theta_i = \theta_r$$

Snell - Descartes

$$\hookrightarrow n_2 \sin \theta_t = n_1 \sin \theta_i$$

$$\Rightarrow r = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

$$t = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

• coefficients en puissance:

$$\vec{\Pi} = \frac{n}{\mu_0 c} \|\vec{E}\|^2 \vec{e}_k$$

$$\left. \begin{aligned} \text{L} \bullet R &= r^2 \\ T &= \frac{n_2}{n_1} t^2 \end{aligned} \right\} R + T = 1.$$

• Dans un dielectrique

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{ne^2 \tau}{m} \vec{E}$$

$$\text{L} \bullet \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\omega p^2}{c^2} \vec{E} \quad \text{avec } \omega p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m}}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = E_0 e^{-z/\delta} e^{i(\omega t - z/\delta)} \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \underline{k} = \frac{(1-i)}{\delta} \quad \text{avec } \delta = c \sqrt{\frac{2\tau}{\omega}}$$

$$\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega p^2}{\omega^2} \right)$$

Indice complexe: $\underline{\sigma} = -i \frac{ne^2}{m\omega} = -i \epsilon_0 \frac{\omega p^2}{\omega}$